

**Секция
«ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
В РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ»**

УДК 681.5:531.8

Б. И. АДАМОВ, А.В. КНЯЗЕВ

НИУ «МЭИ», Москва

**АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ ПОГОНИ
ДЛЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА**

Предлагается алгоритм преследования для мобильного робота, работоспособность которого обосновывается с точки зрения теории сингулярно возмущённых систем. Для формирования управляющих сигналов используются только координаты преследуемого объекта относительно робота и одометрическая информация. Алгоритм управления движением колёсной платформы реализован в среде LabVIEW для робота DaNI.

Введение

Задача слежения за объектом и его преследования, а также связанные с ней методы использования систем технического зрения широко востребованы в мобильной робототехнике – в управлении автономными автомобилями, осуществлении мер по охране территорий и чаще всего при транспортировке грузов.

Так, например, в 2012 г. по заказу агентства передовых оборонных исследовательских проектов США (*DARPA*) был создан шагающий робот, способный следовать за человеком по пересеченной местности и нести на себе до 182 кг груза. Это пример ситуации, когда преследуемый объект не стремится уйти от преследователя.

Алгоритмы преследования подвижного объекта достаточно подробно излагаются в работе [1], автор которой акцентирует своё внимание на оптимальных методах, использующих уравнения динамики преследователя. Предлагаемый доклад посвящён разработке алгоритма сближения робота с подвижной целью и следования за ней на постоянном расстоянии. Поведение преследуемого объекта не корректируется в зависимости от движения робота.

Постановка задачи

Рассматриваемый мобильный робот представляет собой платформу с двумя ведущими соосными колёсами радиуса R_w и пассивным колесом типа «*omni-directional*». Центры правого и левого колёс обозначены на рис. 1 как R и L . Свяжем с платформой систему координат Oxy , ось y которой направлена вдоль оси колёсной пары, а точка O лежит на её середине (рис. 1)

$$RO = OL = l.$$

Робот преследует объект, который моделируется круглым цилиндром, ось которого вертикальна, а радиус известен и равен r . Считаем, что закон движения объекта $\vec{r}_C(t)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\dot{\vec{r}}_C = f(\vec{r}_C, t).$$

Задачу сближения робота с объектом и следования за ним на заданном расстоянии сформулируем как задачу совмещения характерной точки M следящей платформы с центром объекта C

$$\vec{r}_M(t) \rightarrow \vec{r}_C(t), \quad t \rightarrow \infty, \quad (1)$$

где \vec{r}_M и \vec{r}_C – радиус-векторы точек M и C относительно начала неподвижной системы координат XY (рис. 1).

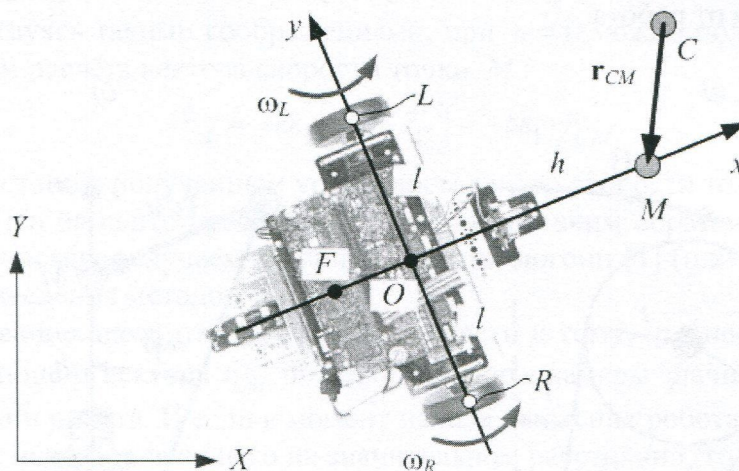


Рис. 1. Схема мобильного робота

Считаем, что точка M расположена на оси симметрии платформы Ox на расстоянии h до оси колёсной пары (см. рис. 1)

$$MO = h.$$

Требуется разработать алгоритм управления движением платформы для выполнения условия (1). В распоряжении разработчиков имеется визуальная информация, получаемая с камеры, установленной над продольной осью платформы Ox ; одометрическая информация о движении робота; а также форма, размеры и цвет цели, необходимые для её распознавания и локализации в кадре. В качестве управляющих величин рассматриваются угловые скорости ведущих колёс относительно платформы ω_R и ω_L .

Определение координат цели относительно робота

Положение преследуемого объекта определяется по кадру, полученному с камеры, установленной на платформе.

На рис. 2, а приведена расчётная схема для определения расстояния от оптического центра камеры F до центра объекта C и угла визирования β . На ней крайней правой и левой точкам изображения объекта соответствуют точки A_1 и B_1 .

Имеют место следующие соотношения:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\arctg \frac{F_1 A_1}{F_1 F} + \arctg \frac{F_1 B_1}{F_1 F} \right), \quad \alpha = \frac{1}{2} \left(\arctg \frac{F_1 A_1}{F_1 F} - \arctg \frac{F_1 B_1}{F_1 F} \right), \quad (2)$$

$$FC = \frac{r}{\sin \alpha}, \quad (3)$$

где α – вспомогательный угол (см. рис 2), F_1 – центр кадра, $F_1 F$ – фокусное расстояние камеры (на рис. 2, а обозначено как f). Величина $F_1 A_1$ считается отрицательной, если точка A_1 находится справа от центра кадра F_1 . Аналогично для величины $F_1 B_1$. Угол визирования β положителен, если центр объекта находится слева от робота.

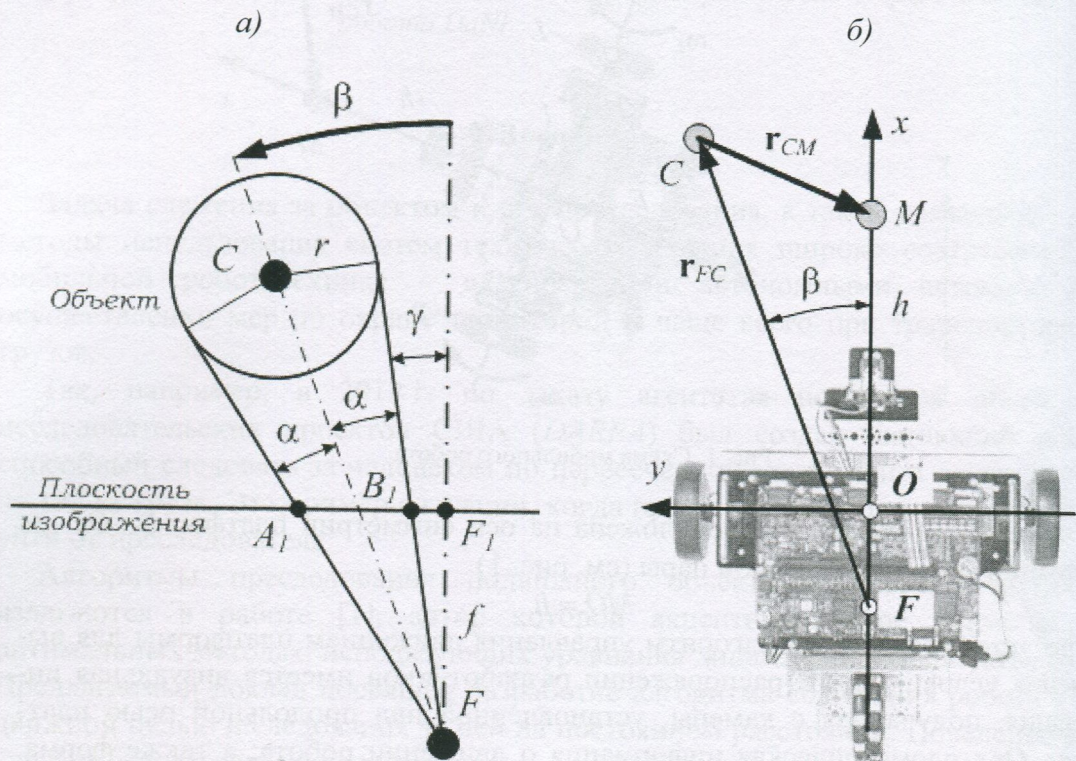


Рис. 2. Расчётная схема для определения положения объекта

Асимптотический алгоритм преследования

Построим алгоритм кинематического управления роботом, задав определённым образом вектор скорости точки платформы M $\vec{V}_M = \dot{\vec{r}}_M$.

В работе [2], посвящённой синтезу алгоритма управления неопределённой линейной системой методом последовательного компенсатора, рассматривается следующий вспомогательный алгоритм:

$$\begin{cases} \dot{\mu}_1 = k \cdot \mu_2, \\ \dot{\mu}_2 = k \cdot \mu_3, \\ \dots \\ \dot{\mu}_n = k \cdot (-k_1 \cdot \mu_1 - \dots - k_n \cdot \mu_n + k_1 y); \end{cases} \quad (4)$$

где y - обрабатываемая величина (в статье [2] - выход объекта управления), $\mu_{1,\dots,n}$ - вспомогательные функции, k - достаточно большой положительный коэффициент, а параметры $k_{1,\dots,n}$ выбираются из условия устойчивости.

Алгоритм (4) позволяет получить оценку $\hat{y} = \mu_1$, совпадающую с определённой точностью с обрабатываемой величиной y . В рассматриваемой задаче необходимо, чтобы движение точки платформы M повторяло движение центра преследуемого объекта C . Таким образом, алгоритм вида (4) можно использовать для формирования движения точки M , если в качестве μ_1 использовать радиус-вектор \vec{r}_M , а в качестве y - радиус-вектор \vec{r}_C .

Руководствуясь такими соображениями, при $n = 1$ можно получить следующий алгоритм расчёта вектора скорости точки M :

$$\dot{\vec{r}}_M = -kk_1 [\vec{r}_M - \vec{r}_C] = -kk_1 \cdot \vec{r}_{CM}. \quad (5)$$

В соответствии с полученным уравнением вектор скорости точки M должен быть направлен на центр преследуемого объекта. Таким образом, соотношение (5) является частным случаем алгоритма чистой погони [1] (или двухточечного алгоритма наведения методом погони).

Использование алгоритма (5) может привести к тому, что неточности определения компонент вектора \vec{r}_{CM} по изображению с камеры значительно скажутся на движении робота. И если в момент начала движения робота преследуемый объект будет находиться от него на значительном расстоянии, то в соответствии с соотношением (5) приводы колёс должны будут практически мгновенно развить достаточно высокие скорости.

Перечисленные недостатки алгоритма (5) можно парировать, выбрав в соотношениях (4) $n = 2$.

Таким образом, для выполнения поставленной задачи (1) организуем движение точки M платформы согласно уравнениям:

$$\begin{cases} \dot{\vec{r}}_M = k \cdot \vec{\mu}, \\ \dot{\vec{\mu}} = k \cdot (-k_2 \cdot \vec{\mu} - k_1 \cdot [\vec{r}_M - \vec{r}_C]); \end{cases} \quad (6)$$

где $\vec{\mu}$ - вспомогательный вектор; k , k_1 и k_2 - положительные коэффициенты усиления, причём первый из них достаточно велик:

$$k \gg 1.$$

Прокомментируем работоспособность алгоритма (6) с точки зрения асимптотической теории сингулярно возмущённых уравнений [3, 4]. Введём малый параметр

$$\varepsilon = \frac{1}{k} \ll 1.$$

Таким образом, система (6) является сингулярно возмущённой:

$$\begin{cases} \varepsilon \cdot \dot{\vec{r}}_M = \vec{\mu}, \\ \varepsilon \cdot \dot{\vec{\mu}} = -k_2 \cdot \vec{\mu} - k_1 \cdot [\vec{r}_M - \vec{r}_C]; \end{cases} \quad (7)$$

Рассмотрим вырожденную задачу для системы (7). Положим

$$\varepsilon = 0.$$

Решение вырожденной задачи имеет вид

$$\vec{r}_M(t) = \vec{r}_C(t), \quad (8)$$

что соответствует цели управления.

Рассмотрим присоединённую задачу. Введём «быстрое» время τ

$$\varepsilon \tau = t.$$

Решение присоединённой задачи

$$\frac{d\vec{r}_C}{d\tau} = \varepsilon \cdot f, \quad \frac{d\vec{r}_M}{d\tau} = \vec{\mu}, \quad \frac{d\vec{\mu}}{d\tau} = -k_2 \cdot \vec{\mu} - k_1 \cdot [\vec{r}_M - \vec{r}_C];$$

при $\varepsilon = 0$ имеет вид: $\vec{r}_M(\tau) = \vec{r}_C(\tau) = \text{const}$ и является асимптотически устойчивым при положительных коэффициентах k_1 и k_2 .

Таким образом, как следует из теоремы Тихонова [3, 4], решение исходной задачи (7) мало отличается от решения вырожденной задачи (8).

Это означает, что чем выше будет значение коэффициента k , тем точнее характерная точка платформы M воспроизведёт движение центра преследуемого объекта C . Однако, на практике применение очень большого значения параметра k нежелательно. Оно приведёт к тому, что движение платформы будет происходить с достаточно высокими ускорениями; ошибки определения координат точки C будут сильно сказываться на результате управления; а метод численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (6) придётся усложнить, так как она будет жёсткой [5].

Расчёт управляющих сигналов

Запишем соотношения (6):

$$\begin{cases} \vec{V}_M = k \cdot \vec{\mu}, \\ \dot{\vec{\mu}} = k \cdot (-k_2 \cdot \vec{\mu} - k_1 \cdot \vec{r}_{CM}); \end{cases} \quad (9)$$

где \vec{V}_M – вектор скорости характерной точки, а \vec{r}_{CM} – её радиус-вектор относительно центра преследуемого объекта.

В подвижной системе координат Oxy уравнения (9) принимают вид:

$$\begin{cases} V_{Mx} = k \cdot \mu_x, & V_{My} = k \cdot \mu_y, \\ \dot{\mu}_x - \omega_z \cdot \mu_y = k \cdot (-k_2 \cdot \mu_x - k_1 \cdot r_{CMx}), \\ \dot{\mu}_y + \omega_z \cdot \mu_x = k \cdot (-k_2 \cdot \mu_y - k_1 \cdot r_{CMy}), \end{cases} \quad (10)$$

где ω_z – угловая скорость платформы, получаемая после обработки одометрической информации.

Найдём компоненты вектора \vec{r}_{CM} в подвижной системе координат Oxy . Имеет место равенство

$$\vec{r}_{FC} + \vec{r}_{CM} = \vec{r}_{FO} + \vec{r}_{OM},$$

где \vec{r}_{FC} и \vec{r}_{FO} – радиус-векторы точек C и O относительно оптического центра камеры F соответственно; \vec{r}_{OM} – радиус-вектор точки M относительно O .

Так как камера установлена над продольной осью симметрии платформы (см. рис. 2, б), то проекции перечисленных векторов на подвижные оси имеют вид:

$$\begin{aligned} r_{FCx} &= FC \cdot \cos \beta, & r_{FOx} &= FO, & r_{OMx} &= h, \\ r_{FCy} &= FC \cdot \sin \beta, & r_{FOy} &= r_{OMy} &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом, имеем компоненты вектора \vec{r}_{CM} :

$$r_{CMx} = -FC \cdot \cos \beta + h + FO, \quad r_{CMy} = -FC \cdot \sin \beta. \quad (11)$$

Угловые скорости колёс относительно платформы, необходимые для реализации движения характерной точки по закону (10), имеют вид:

$$\omega_R = \frac{1}{R_w} \left(V_{Mx} + \frac{l}{h} \cdot V_{My} \right), \quad \omega_L = \frac{1}{R_w} \left(V_{Mx} - \frac{l}{h} \cdot V_{My} \right). \quad (12)$$

Моделирование алгоритмов погони

Математическая модель мобильного робота. Моделирование движения робота *DaNI* проводилось для случая отсутствия отрыва и проскальзывания ведущих колёс относительно подстилающей поверхности. Уравнения движения двухколёсной симметричной мобильной платформы, оснащённой электроприводами постоянного тока, по горизонтальной плоскости запишем [6]:

$$\begin{aligned} m\dot{V} - m_1 a \omega_z^2 + \frac{2C_2}{R_w^2} V &= \frac{C_1}{R_w} (U_R + U_L), \\ J\dot{\omega}_z + m_1 a \omega_z V + \frac{2C_2 l^2}{R_w^2} \omega_z &= \frac{C_1 l}{R_w} (U_R - U_L), \\ \dot{X} &= V \cos \psi, \quad \dot{Y} = V \sin \psi, \quad \dot{\psi} = \omega_z; \end{aligned}$$

где: V – скорость точки O , лежащей на середине оси колёсной пары; X и Y – её декартовы координаты в неподвижных осях XY (см. рис. 1); $\psi = \angle(Ox, X)$ – курсовой угол платформы; $U_{R,L}$ – управляющие напряжения; $m = 1,1$ кг – масса робота; $J = 0,044$ кг · м² – его момент инерции относительно вертикальной оси, проходящей через точку O ; $m_1 = 1,0$ кг – масса платформы; $l = 0,175$ м – половина длины оси колёсной пары; $R_w = 0,05$ м – радиус колёс; $a = -0,1$ м – координа-

та центра масс платформы на оси Ox ; $C_1 = 0,1 \text{ Нм/В}$ и $C_2 = 0,01 \text{ Нм} \cdot \text{с}$ - постоянные электромеханических характеристик приводов. Указанные значения параметров подбирались максимально близко к паспортным характеристикам робота *DaNI*.

Управляющие напряжения сформируем по пропорциональному закону

$$U_{R,L} = k_{\omega} \cdot (\omega_{R,L} - \hat{\omega}_{R,L}),$$

где $\hat{\omega}_{R,L}$ - угловые скорости правого и левого колёс относительно платформы, полученные по измерениям одометрических датчиков, считающихся идеальными; $\omega_{R,L}$ - управляющие угловые скорости правого и левого колёс, рассчитанные по формулам (12); $k_{\omega} = 3 \text{ В} \cdot \text{с}$ - коэффициент усиления.

При моделировании учитывались фактические ограничения на абсолютные величины управляющих напряжений и угловых скоростей колёс:

$$|U_{R,L}| \leq 12 \text{ В}, \quad |\omega_{R,L}| \leq 16 \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Характеристики алгоритма локализации объекта (2)–(3). Экспериментально установлено, что фокусное расстояние камеры робота составляет $f = 0,0267 \text{ м}$. Считаем, что координаты объекта относительно платформы определяются по зашумлённому изображению, а погрешности расстояний F_1A_1 и F_1B_1 в формулах (2)–(3) являются случайными нормально распределёнными величинами со среднеквадратическими отклонениями равными $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$. Это значение соответствует пяти пикселям изображения размером 640×480 пикселей, получаемого с камеры.

Результаты моделирования алгоритмов погони. Рассмотрим случай, когда преследуемый объект является круглым цилиндром радиуса $r = 0,2 \text{ м}$, центр которого совершает равномерное движение со скоростью $V_C = 0,1 \text{ м/с}$ по окружности радиуса $R_C = 0,5 \text{ м}$. Координаты точки C изменяются по закону:

$$X_C = R_C \cos\left(\frac{V_C}{R_C} t\right), \quad Y_C = R_C \sin\left(\frac{V_C}{R_C} t\right).$$

В процессе движения необходимо совместить с центром объекта точку платформы M , находящуюся на расстоянии $h = 0,5 \text{ м}$ от оси колёсной пары робота. Считаем, что камера размещена непосредственно над осью колёсной пары: $FO = f$.

Сравним результаты моделирования пропорционального алгоритма погони (5) с результатами алгоритма (10)–(12).

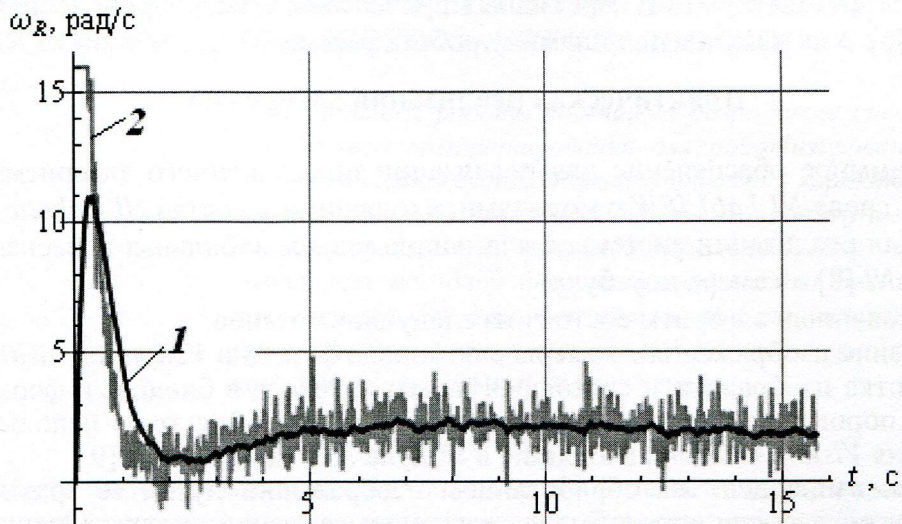
Будем использовать следующие значения коэффициентов усиления: $k = 3 \text{ с}$, $k_1 = 1$, $k_2 = 2$. Для уравнений движения робота и уравнений (10) примем начальные условия нулевыми, кроме значений $X(0) = 3R_C$, $\psi(0) = \pi$.

На рис. 4 приведены результаты моделирования алгоритмов погони (5) и (10)–(12): графики изменения командной угловой скорости ω_R , фактических ошибок позиционирования точки M : $e_x = r_{CMx}$, $e_y = r_{CMy}$, также её траектории.

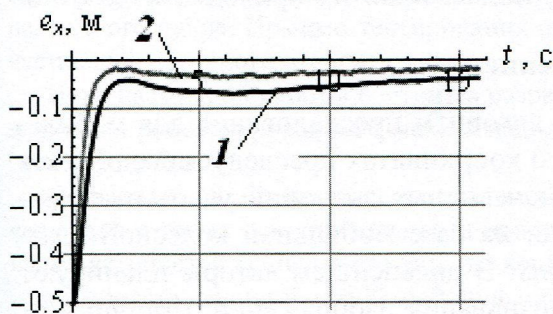
Анализ приведённых на рис. 4 результатов показывает, что точности совмещения точки платформы M с центром объекта для алгоритмов (5) и (10)–(12)

сопоставимы и в установившемся режиме составляют несколько сантиметров. Графики (см. рис. 4, а и в) иллюстрируют большую чувствительность пропорционального алгоритма погони (5) к случайным погрешностям определения координат преследуемого объекта.

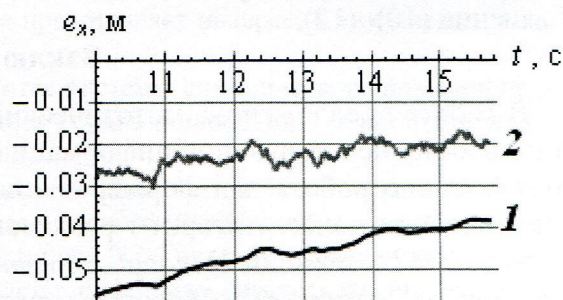
а) Управляющая величина угловой скорости правого колеса платформы



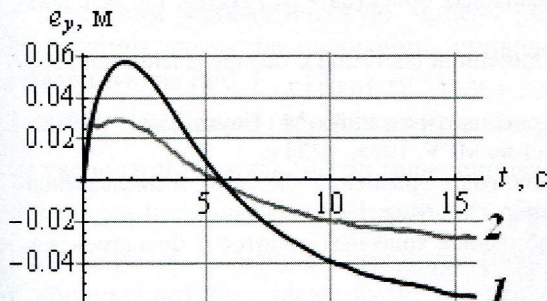
б) Ошибка позиционирования точки M вдоль оси Ox



в) Ошибка позиционирования точки M вдоль оси Ox (увеличено)



г) Ошибка позиционирования точки M вдоль оси Oy



д) Траектория точки M на плоскости XU

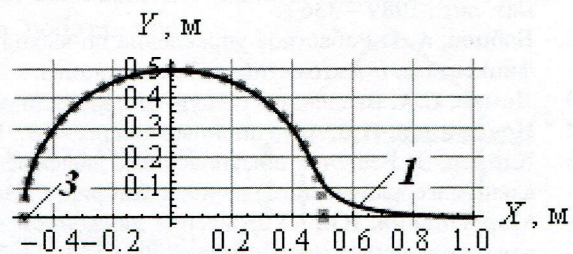


Рис. 4. Результаты численного моделирования алгоритмов погони: 1 – алгоритм (10)-(12), 2 – пропорциональный алгоритм (5), 3 – траектория центра преследуемого объекта

В рассматриваемом случае в начальный момент времени алгоритм (5) требует разгона двигателя правого колеса до максимальных оборотов за малый промежуток времени (рис. 4, а). В подобной ситуации инерционность процессов в электрической цепи двигателя, не моделируемая в рассматриваемом примере, может существенно отразиться на движении робота. Математическая модель колёсной платформы с учётом переходных процессов в электроприводе приведена в работе [6], а их влияние на динамику робота рассматривается в [7].

Практическая реализация алгоритма

Программное обеспечение для реализации предложенного алгоритма было создано в среде *NI LabVIEW* с модулями, входящими в состав *NI Robotic Starter Kit 2.0*. Для реализации системы была использована мобильная колёсная платформа *DaNI* [8] и камера ноутбука.

Реализованный алгоритм состоит из следующих этапов.

1. Получение изображения с камеры с помощью функции *Vision Acquisition* [9];
2. Обработка изображения, состоящая из его перевода в бинарный формат методом пороговой фильтрации и очистки от шумов. Для этого используются функция *Vision Assistant*, входящие в модуль *NI Vision Module* [9];
3. Распознавание цели на обработанном изображении путём её сравнения с шаблоном, а также определение положения её крайних точек (функция *Vision Assistant*);
4. Вычисление координат центра объекта относительно камеры в соответствии с формулами (2) и (3);
5. Расчёт угловых скоростей двигателей, подаваемых на приводы, из соотношений (10)–(12).

Заключение

В работе предложен асимптотический алгоритм преследования для мобильного робота, использующий информацию о координатах преследуемого объекта относительно робота для формирования командных значений угловых скоростей ведущих колёс. Алгоритм реализован на базе мобильной колёсной платформы *DaNI* компании *National Instruments*. В дальнейшем авторы планируют реализовать алгоритмы обработки и распознавания изображений, отличные от используемых в модуле *NI Vision Module*.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ким, Д.П.** Методы поиска и преследования подвижных объектов – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989 – 336 с.
2. **Бобцов, А.А.** Робастное управление по выходу линейной системой с неопределёнными коэффициентами // Автоматика и Телемеханика. - 2002. - №11. - С. 108-117.
3. **Ломов, С.А.** Введение в общую теорию сингулярных возмущений – М.: Наука, 1981. – 398 с.
4. **Новожилов, И.В.** Фракционный анализ – М.: Изд-во МГУ, 1995. – 224 с.
5. **Хайрер, Э.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайрер, Г. Ваннер - М.: Мир, 1999. - 685 с.
6. **Мартыненко, Ю.Г.** Управление движением мобильных колёсных роботов // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005. – Т. 11, № 8. – С. 29-80.
7. **Мартыненко, Ю.Г.** Влияние переходных процессов в электроприводе на устойчивость движения мобильного колёсного робота / Ю.Г. Мартыненко, И.В. Орлов // Мобильные роботы и мехатронные системы: Материалы научной школы-конференции (Москва, 17-18 ноября 2003) – М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004 – С. 135-149.
8. **King, R.** Mobile Robotics Experiments with DaNI – Colorado School of Mines, 2011. – 178 p.
9. **Relf, C.G.** Image Acquisition and Processing with LabVIEW – CRC Press, 2003. – 264 p.